

Proposition de traitements dans différents contextes d'un même problème d'optimisation

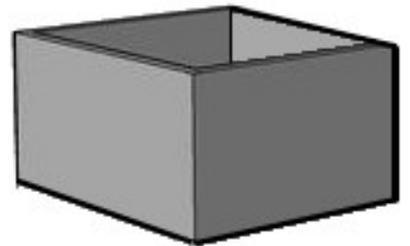
Ce problème a largement été étudié dans

*Intégration de calculatrices complexes dans l'enseignement des Mathématiques au Lycée
Cahier spécial n° 4 de DIDIREM – Janvier 1998*

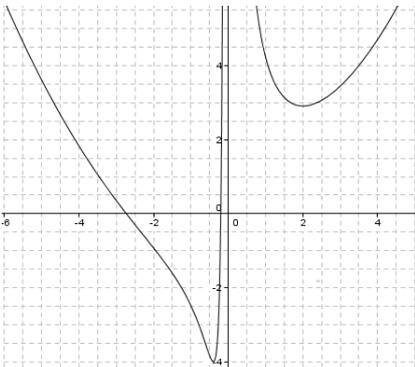
L'énoncé de référence :

Un maçon doit réaliser une cuve en béton parallélépipédique de base carrée de 20 cm d'épaisseur et pouvant contenir 4 m^3 . On désigne par x (en m) le côté du carré intérieur et par h (en m) la hauteur intérieure de la cuve.

On veut déterminer x et h pour que le volume de béton soit minimal.



La Cuve

Niveau d'enseignement	Seconde générale et ultérieur
Type d'activité	Classe par groupes avec ordinateurs accessibles Exercice guidé
Durée	2 h avec travail préparatoire sur le temps hors-classe
Outils	Traceur de courbe de type GeoGebra , Carmetal ou Sine qua non
Compétences mathématiques	Modélisation fonctionnelle en tant qu'outil de résolution en première approche de la situation, puis comme outil de confirmation d'une conjecture si le traitement précédent a été effectué Élaborer une représentation fonctionnelle de la situation Travail sur les formules de volume
Prérequis TICE	Savoir construire la courbe représentative d'une courbe à l'aide d'un traceur
Place dans la progression, moment de l'étude	Cette situation ne peut être envisagée que lorsque le calcul algébrique a déjà été réactivé durant l'année. Toutefois, il est toujours possible de modifier le questionnement afin de ne travailler que sur l'aspect graphique.
Forme(s) de calcul favorisée	Plusieurs formes de calculs sont impliquées ici : <i>calcul algébrique</i> Les calculs à mener sont complexes et le travail de groupe facilitera leur mise en œuvre <ul style="list-style-type: none"> • La simplification de $(x+0,4)^2(h+0,2)-hx^2$ avant substitution : <ul style="list-style-type: none"> • peut être laissée aux élèves et permet de mettre en évidence l'absence de pertinence de ce type de manipulation dans certains cas, • Le travail de contrôle de l'identité des expressions algébriques peut être confié à un traceur de courbes ce qui permet d'introduire la notion de paramètre, • peut par ailleurs permettre un travail sur les opérations algébriques posées, • peut légitimer l'introduction d'un CAS. • La substitution de $\frac{4}{x^2}$ par h : <ul style="list-style-type: none"> • est plus simple à effectuer sur l'expression « compacte » non travaillée, • se pose la question de la notion d' « expression simple ». <p>Traitement fonctionnel graphique</p> <ul style="list-style-type: none"> • L'allure de la courbe peut dérouter et un traitement s'impose comme précédemment, laissant la possibilité d'insérer des questions concernant les variations des différentes grandeurs. 
Commentaires	<ul style="list-style-type: none"> • Des scénarios plus ouverts peuvent être envisagés : <ul style="list-style-type: none"> • Une seule question : « Quelles dimensions, le maçon proposera-t-il à ses clients Pourquoi ? » • Aucune question : la situation est à étudier. • Cette situation permet, comme de nombreuses autres, de se poser la question de la «supériorité » en terme d'efficacité de la modélisation fonctionnelle sur la modélisation numérique.

La cuve

Un maçon doit réaliser une cuve en béton parallélépipédique de base carrée de 20 cm d'épaisseur et pouvant contenir 4 m^3 .

1. Alexandre propose que la largeur intérieure de la cuve mesure 1,20 m.
 - a. Quelles doit être la hauteur intérieure de la cuve ?
 - b. Quelles sont alors les dimensions hors-tout de la cuve ?
 - c. En déduire le volume du béton utilisé.
2. Cécile, aimerait que la cuve soit moins haute
 - a. Quelle mesure de la largeur intérieure de la cuve peut-elle proposer ?
 - b. En déduire la hauteur intérieure de la cuve puis les dimensions hors-tout de la cuve et enfin le volume du béton utilisé.
3. Quelles questions peut-on se poser au vu des deux résultats précédents ?
4. On décide d'exprimer le volume du béton nécessaire en fonction de la largeur intérieure x de la cuve. On note h la hauteur intérieure de la cuve.
 - a. Décrire une méthode permettant d'exprimer le volume de béton en fonction de x et de h .
 - b. Exprimer le volume intérieur de la cuve en fonction de h et de x .
 - c. Exprimer en fonction de x le volume extérieur de la cuve.
5. Quelle dimension de la largeur intérieure de la cuve le maçon va-t-il proposer à ses clients ?

