BACCALAURÉAT GÉNÉRAL ET TECHNOLOGIQUE
ÉPREUVE SPÉCIFIQUE DES SECTIONS EUROPÉENNES
MATHEMATIQUES – ANGLAIS

Corrigé 10 – Pythagorean triples

Thème : Arithmetic and geometry

Texte du corrigé

a) $(3 ; 4 ; 5)$ is a Pythagorean triple because each number is a whole number and $3^2+4^2=9+16=25=5^2$.

$(4 ; 5 ; 7)$ is not a Pythagorean triple because $4^2+5^2=16+25=41\neq 7^2$.

$(1 ; 1 ; \sqrt{2})$ is not a Pythagorean triple because $\sqrt{2}$ is not a whole number.

$(-3 ; 4 ; -5)$ is not a Pythagorean triple because -3 and -5 are not whole numbers.

b) For example you can follow this process:

i) First you draw a horizontal line segment whose length is 5 units, you label the ends A and B.

ii) Now set your compasses to a width of 4 units, put the point of the compasses on A and draw an arc above the line (AB).

iii) Reset the compasses to 3 units and place the compasses on point B and draw another arc to cross the first.

iv) The point where the arcs cross is the third vertex of the triangle, C. Draw line segments from A and B to complete the triangle.

c) It is a right-angled triangle because of Pythagoras's theorem.

d) $(2a)^2+(2b)^2=4a^2+4b^2=4\left(a^2+b^2\right)$.

We assume that $(a ; b ; c)$ is a Pythagorean triple so $a^2+b^2=c^2$.

Let's replace the sum a^2+b^2 with c^2 in the previous equality. We get $(2a)^2+(2b)^2=4c^2=(2c)^2$

The last equality means that the triple $(2a ; 2b ; 2c)$ is a Pythagorean triple.

This result is obvious in geometry terms: "if you double each side of a right-angled triangle then the triangle you get is still right-angled".

e) If a, b and c are odd then their square a^2, b^2 and c^2 are odd too. The sum a^2+b^2 is even because it is the sum of 2 odd numbers. So the equality $a^2+b^2=c^2$ is impossible because c^2 can't be odd and even at the same time.

Éléments à prendre en compte pour évaluer la capacité d'analyse et d'argumentation :

Pour l'analyse du texte :

- Différentes formulation du théorème de Pythagore sont possibles, celles des grecs étaient purement géométriques. Les formulations algébriques sont plus récentes.
- Euclide a permis un exposé de la géométrie rigoureux sous forme axiomatique. C'est encore un modèle du genre de nos jours. Les théorèmes sont démontrés à partir de suppositions initiales.
- Explication de l'expression « conceptional tower »
- Le candidat doit savoir donner un exemple de « regular solid »
- Dans la dernière phrase,il faut s'assurer que le candidat comprend l'expression : « is equal to the squares on the sides » En effet « Square » est la forme géométrique et non pas le produit d'un nombre par lui-même. Le théorème est donné sous forme purement géométrique.

Pour l'exercice, les points suivants pourront être mis en évidence

- Les différents ensembles de nombres : « whole numbers » « integers » « real numbers » etc.
- Les constructions à la règle et au compas (connaissance du vocabulaire de la géométrie et des constructions)
- Utilisation du conditionnel dans la preuve de la question d)
- Différence entre « even numbers » et « odd numbers » pour la question e)